



به نام خالق اعداد

بیستمین دوره مسابقات گروهی ریاضی خيام

متوسطه اول پایه هفتم

گروه ریاضی اداره آموزش و پرورش

خانه ریاضیات نیشابور اردیبهشت ۱۴۰۲

امتیاز:

توجه: زمان پاسخگویی ۱۰۰ دقیقه

دانش آموز عزیز، پاسخ ها بایستی کاملا تشریحی باشد و به پاسخ های بدون راه حل امتیازی تعلق نمی گیرد.

سوالات ۳ امتیازی

۱ الف) حاصل عبارت مقابل را بدست آورید:

$$3 = 3 - 7 \times (4 - 6)^2 + (\sqrt{81} - \sqrt{121})^3 \div 3$$

ب) عبارت زیر را طوری پرانتز گذاری کنید که حاصل برابر ۲۷ شود.

$$4 - 3 \times 2 - 1 \times 6 - 5 =$$

۲ عدد $A = 81 \times 20 \times 7$ را در نظر بگیرید.

الف) عدد A چند شمارنده اول دارد؟

ب) عدد A چند شمارنده مرکب دارد؟

ج) عدد A چند شمارنده دارد که بر عدد ۳۶ بخش پذیر است؟

۳	استخر آبی به شکل مکعب مستطیلی را در نظر بگیرید . فرض کنید طول و عرض و عمق آن به ترتیب ۵ و ۴ و ۳ متر باشد. در این صورت : الف) اگر برای رنگ آمیزی هر متر مربع از سطح دیوارها و کف استخر ۱/۵ لیتر رنگ نیاز باشد ، در مجموع چند لیتر رنگ نیاز داریم ؟ ب) اگر بخواهیم استخر را کاملاً پر آب کنیم ، چند لیتر آب لازم داریم ؟
سوالات ۵ امتیازی	
۴	فرض کنید $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 7 \\ -2 \end{bmatrix}$ و D چهار راس یک متوازی الاضلاع هستند . الف) مختصات نقطه D را تعیین کنید. ب) متوازی الاضلاع را رسم و مساحت آن را بدست آورید.
۵	الف) معادله زیر را حل کنید : $5x - 4 = 7x + 16$ ب) مادری ۲۶ ساله بود که دخترش به دنیا آمد . اکنون مادر از ۳ برابر سن دخترش ۶ سال کوچکتر است . دختر او اکنون چند سال دارد ؟ (معادله بنویسید و حل کنید)

۶	الف (حاصل عبارت زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید. (روش مناسبه را توضیح دهید) $2^4 + 2^4 + 2^5 + 2^6 + \dots + 2^{1402} =$ ب) رقم یکان حاصل ضرب $2^{1402} \times 7^{1402}$ چند است؟ (روش مناسبه را توضیح دهید)
---	---

۷

مثلث «خیام – پاسکال» یک ساختار عددی است که خواص بسیار جالبی دارد.

سطر اول					۱				
سطر دوم					۱		۱		
سطر سوم				۱		۲		۱	
سطر چهارم		۱		۳		۳		۱	
سطر پنجم	۱		۴		۶		۴		۱

به کمک این مثلث چگونه می توانیم حاصل 11^{10} را به دست آوریم ؟ (توضیح دهید)

سوالات ۷ امتیازی

۸	من و دوستم دو عدد طبیعی هستیم . بزرگترین شمارنده ی مشترک ما ۲۱ و حاصل ضرب ما ۱۸۵۲۲۰ است . من زوج هستم و دوستم مضرب ۴۵ است . به نظر شما مجموع رقم های من و دوستم زوج است یا فرد ؟ توضیح دهید. توجه کنید مجموع (قم های ۲۵ و ۳۶ برابر است با $۲+۵+۳+۶=۱۶$)
---	--

بازی « ضرب اعداد توان دار » به شکل زیر است :

چند عدد توان دار روی یک صفحه ی کاغذ نوشته شده است . هر شرکت کننده یک عدد توان دار را انتخاب می کند و آن را به صورت ضرب ۳ عدد توان دار دیگر می نویسد . (توجه : عدد یک در پایه و عدد صفر در توان نباید استفاده شود)

به تعداد حالت های درستی که می نویسند ، امتیاز مثبت و به تعداد حالت هایی که غلط نوشته شده یا اصلاً نوشته نشده است ، امتیاز منفی داده می شود . (مثلاً برای عدد 5^7 حد اکثر ۴ حالت می توانیم بنویسیم . اگر کسی ۳ حالت درست بنویسد ۳ امتیاز مثبت و یک امتیاز منفی می گیرد .)

در این بازی ، نازنین 12^7 و محبوبه 18^6 را انتخاب کرده اند .

الف) حداکثر امتیاز نازنین و محبوبه را تعیین کنید .

ب) آیا راهی پیدا کردن حد اکثر امتیاز هر کدام از بازیکنان به جز روش نوشتن همه حالت ها سراغ دارید ؟ (توضیح دهید)

من به همراه برادر و خواهرم در یک مسابقه تلویزیونی شرکت کرده بودیم . قرارمان این بود که هر کس متناسب با تعداد سوالاتی که پاسخ درست می دهد ، از جایزه نهایی سهم ببرد. برادرم به $\frac{1}{4}$ سوالات و خواهرم به $\frac{1}{3}$ سوالات و من به $\frac{1}{9}$ سوالات پاسخ درست دادیم، در نهایت ۱۷ سکه طلا جایزه گرفتیم.

چه پیشنهادی برای تقسیم همه سکه ها بین ما سه نفر دارید ؟

(توجه : هیچ سکه ای نباید به قطعات کوچکتر تقسیم شود و همچنین سکه ای فروخته نمی شود تا پولش تقسیم شود.)

موفق باشید