



داستان

«مسئله ی چهار رنگ»

چند رنگ برای تفکیک همه

نقشه های جهان لازم است؟!

مسئله ی زیر که به مسئله ی یا قضیه ی چهار رنگ مشهور شده است، یکی از ساده ترین مسائل ریاضی در بیان و ادراک است:

• آیا هر نقشه ی جغرافیائی از استان های یک کشور را می توان با چهار رنگ طوری رنگ آمیزی کرد که رنگ هیچ دو استان مجاور با هم یکسان نباشد؟

به عبارت دیگر، ناحیه ای از یک صفحه را در نظر بگیرید که به چندین ناحیه ی کوچکتر و دویبه دو متمایز تقسیم شده باشد و بخواهیم این نواحی را با رنگ های مختلف رنگ آمیزی کنیم به طوری که رنگ نواحی مجاور با هم یکسان نباشد. آیا چهار رنگ متفاوت برای تحقق منظور فوق کافی است یا خیر؟

به دلایلی که ملاحظه خواهید کرد، مسئله ی چهار رنگ - که ظاهراً ساده می نماید - یکی از چالش برانگیزترین مسائل تاریخ ریاضیات از سال ۱۸۵۲ میلادی تا کنون بوده است!

در سال مذکور، فرانسیس گاترای - که دانشجویی دموورگان در کالج لندن بود - زمانی که می خواست نقشه ی استان های کشور انگلیس را رنگ آمیزی کند دریافت که چهار رنگ متفاوت کفایت می کند. با این وجود، از خود پرسید که آیا چهار رنگ برای رنگ آمیزی هر نقشه ی دیگری نیز کفایت می کند؟

این مسئله را با استاد خود در میان نهاد ولی هیچ یک به جواب قانع کننده ای نرسیدند و مسئله را به هامپلتون ارجاع دادند. او اظهار داشت که انتظار پاسخ عاجلی از من نداشته باشید. ولی این مسئله فراتر از انتظار و قدرت هامپلتون بود و تا پایان عمرش جواب قانع کننده ای از وی دریافت نشد.

خبر عدم موفقیت دموورگان و هامپلتون در سال ۱۸۷۸ به کیلی رسید و او یک سال بعد در مقاله ای تحت عنوان «رنگ آمیزی نقشه ها» دلایل دشواری پاسخگویی به مسئله ی چهار رنگ را بیان نمود. در سال ۱۸۷۹، نخستین برهان کفایت چهار رنگ - که ظاهراً دقیق می نمود - از جانب کمپه عرضه شدند. ولی یک سال بعد ریاضیدان دیگری نشان داد که برهان کمپه نادرست است.

سال ۱۸۸۰ را باید آغاز چالش در باب مسئله ی چهار رنگ بدانیم. در سال ۱۸۹۰ هیوود قضیه ی رنگ آمیزی نقشه را با ۵ رنگ ثابت نمود. تلاش ها همچنان ادامه داشت تا این که در سال ۱۹۹۲ فرانکلین ثابت کرد که چهار رنگ برای رنگ آمیزی هر نقشه با حداکثر ۲۵ ناحیه کافی است و خود او در سال ۱۹۳۸ قضیه ی رنگ آمیزی نقشه را با ۳۲ ناحیه نیز ثابت کرد. افزایش نواحی در برهان ها همچنان ادامه یافت تا این که در سال ۱۹۷۶ به ۹۰ ناحیه رسید.

ریاضیدانان که از اثبات قضیه در حالت کلی احساس عجز می نمودند، به رایانه متوسل شدند. این در حالی بود که مسئله ی چهار رنگ به مسئله ای از نظریه ی گراف تبدیل شده بود. نظریه ی گراف هم اکنون یکی از شاخه های ریاضی گسترده در تحصیلات دانشگاهی است.

البته، نظریه ی گراف تنها نظریه ای نیست که در آن مسئله ی چهار رنگ معادل سازی شده باشد. این مسئله به شاخه های دیگری از ریاضیات، از جمله توپولوژی نیز نفوذ کرده است. در هر صورت، تا کنون سه برهان کامپیوتری برای اثبات قضیه ی چهار رنگ عرضه شده است:

- یکی در سال ۱۹۷۶ از جانب ایل وهاکن،
- دومی در سال ۱۹۹۵ از جانب گروه متشکل از رابرتسون و همکارانش

- و سرانجام برهان سوم از جانب جورج گانتیه در ۲۰۰۵

درباره ی برهان ایل وهاکن، روزنامه ی تایمز لندن در بیست و سوم ژوئن ۱۹۷۶ چنین نوشت: هم اکنون دو ریاضیدان آمریکایی اعلام کردند که سرانجام پس از یک قرن بر قضیه ی چهار رنگ فائق آمده اند. برهان آنان که امروز به چاپ رسیده است شامل یک خلاصه ی ۱۰۰ صفحه ای است، جزئیات برهان نیز در صد صفحه ذکر شده است و یک گزارش ۷۰۰ صفحه ای از تمهیدات لازم برای اجرای برهان کامپیوتری نیز در بر دارد. این برهان کامپیوتری که شامل ده هزار نمودار است، یک هزار ساعت طول کشیده است. امساء توجه کنید که این برهان هفتاد و هشتاد و پنج درصد پیچیده اند که تا کنون هیچ کس نتوانسته است از درستی آن ها اطمینان حاصل کند. در واقع، اندک احتمالی وجود دارد که کسی بتواند درستی برهان ها را بررسی کند.

به علاوه، پیش بینی می شود که کسی قادر نخواهد بود که بدون استفاده از رایانه بتواند برهانی برای قضیه ی چهار رنگ بیابد. براین اساس، ظاهراً باید بگوییم که به نظر می رسد که چهار رنگ کافی است!

• تمرین. با عنایت به شکل زیر، رنگ ناحیه B را تعیین کنید.

